UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
Dept. Computación y Tecnología de la Información
Estructuras Discretas II
CI 2526

Tarea 6

1. Sea R una relación de simétrica y transitiva sobre un conjunto A. Demuestre que si para todo $a \in A$ existe $b \in A$ tal que $< a, b > \in R$, entonces R es una relación de equivalencia.

2. Sea $X = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : b \neq 0\}$. Definamos la siguiente relación en X:
   $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc$.
   a) Demuestre que R es una relación de equivalencia.
   b) Halle tres clases de equivalencia diferentes.
   c) ¿Qué puede decir de los elementos de la clase $\overline{(1, 2)}$, es decir cuál es la propiedad que representa a esta clase?

3. Sea R una relación sobre $\mathbb{Z}^+$ definida como $aRb \Leftrightarrow \text{mcd}(a, 9) = \text{mcd}(b, 9)$
   a) Demuestre que R es una relación de equivalencia
   b) Halle las clases de equivalencia y el conjunto cociente

4. Si $f : A \to B$ es inyectiva, explique cómo construir una función sobreyectiva $g : B \to A$

5. Dé ejemplos de funciones biyectivas entre los conjuntos indicados
   a) $f_1 : (a, b) \to (c, d)$
   b) $f_2 : \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots, 0\} \to \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots\}$
   c) $f_3 : [0, 1] \to (0, 1)$

6. Muestre una función biyectiva entre el conjunto de los polinomios de grado n con coeficientes enteros, $\mathbb{Z}_n[x]$ y el conjunto $\mathbb{Z}^{n+1}$

7. Halle una biyección entre el conjunto de partes de un conjunto de n elementos y el conjunto de las n-tuplas de ceros y unos $\{0, 1\}^n$. Observe que cada n-tupla de ceros y unos se puede pensar como una función de $[n]$ en $\{0, 1\}$, con $[n] = \{1, 2, \ldots, n\}$